

ANALISIS KESALAHAN SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL PERSAMAAN ELIPS DITINJAU DARI LITERASI NUMERASI PADA LEVEL KOGNITIF PEMAHAMAN, PENERAPAN DAN PENALARAN

Hafsah Adha Diana¹

¹Univeristas Media Nusantara Citra, Jakarta, Jl. Panjang Blok A8, Kebonjeruk, Jakarta Barat, Jakarta, Indonesia
Email: hafsah.adhadiana@mncu.ac.id

Article History

Received: 02-07-2025

Revision: 19-07-2025

Accepted: 25-07-2025

Published: 28-07-2025

Abstract. This study aims to analyze students' errors in solving ellipse equation problems in terms of numeracy literacy at the cognitive levels of understanding, application, and reasoning. The research employed a descriptive qualitative method with three twelfth-grade students from SMAS Islam PB. Soedirman Bekasi selected through purposive sampling. Data were collected through essay tests consisting of three numeracy problems on ellipse equations and interviews to confirm students' answers. Data analysis was carried out through data reduction, data display, and conclusion drawing. The findings revealed that errors at the understanding level were related to students' inability to grasp concepts, inaccuracies in recognizing facts in the form of symbols and notations, mistakes in processes and procedures, and difficulties in extracting information from tables. At the application level, students demonstrated weaknesses in selecting appropriate strategies, misapplied concepts and procedures, and misinterpreted information from the problems. At the reasoning level, students were unable to analyze information provided in the problems, failed to connect multiple concepts, did not employ suitable strategies, and did not generate alternative solutions. Furthermore, they were unable to draw proper conclusions and presented flawed mathematical arguments in their justifications.

Keywords: Error Analysis, Ellipse Equation, Numeracy Literacy, Cognitive Level

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal persamaan elips ditinjau dari literasi numerasi pada level kognitif pemahaman, penerapan, dan penalaran. Metode penelitian yang digunakan adalah deskriptif kualitatif dengan subjek tiga orang siswa kelas XII SMAS Islam PB. Soedirman Bekasi yang dipilih secara *purposive sampling*. Data diperoleh melalui tes uraian tiga soal numerasi materi persamaan elips serta wawancara untuk mengonfirmasi jawaban siswa. Teknik analisis data yang dilakukan melalui reduksi data, penyajian data, dan penarikan Kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesalahan siswa pada level kognitif pemahaman terlihat dari ketidakmampuan dalam menguasai konsep, kurang tepat dalam mengenali fakta berupa simbol dan notasi, melakukan kekeliruan pada proses maupun prosedur, serta tidak mampu mengambil informasi dari tabel secara benar. Pada level kognitif penerapan, siswa menunjukkan kelemahan dalam memilih strategi yang sesuai, tidak tepat dalam menggunakan konsep maupun prosedur, serta salah dalam menafsirkan informasi dari soal. Sementara itu, pada level kognitif penalaran, siswa belum mampu melakukan analisis berdasarkan informasi yang tersedia, belum dapat mengaitkan beberapa konsep, tidak menggunakan strategi yang benar, serta tidak memberikan alternatif penyelesaian. Selain itu, siswa juga belum dapat menarik kesimpulan dengan tepat dan keliru dalam menyusun argumen matematis.

Kata kunci: Analisis Kesalahan, Persamaan Elips, Literasi Numerasi, Level Kognitif

How to Cite: Diana, H. A. (2025). Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Persamaan Elips Ditinjau dari Literasi Numerasi pada Level Kognitif Pemahaman, Penerapan dan Penalaran. *Indo-MathEdu Intellectuals Journal*, 6 (4), 6627-66238. <http://doi.org/10.54373/imeij.v6i4.4230>

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang memegang peranan penting dalam pengembangan kemampuan berpikir logis, analitis, kritis, dan sistematis peserta didik. Salah satu kompetensi yang diharapkan dari pembelajaran matematika adalah keterampilan numerasi, yakni kemampuan menggunakan konsep bilangan dan keterampilan kuantitatif dalam menyelesaikan permasalahan sehari-hari maupun akademik (Han et al., 2017). Numerasi tidak hanya terbatas pada keterampilan berhitung, melainkan juga melibatkan pemahaman konsep, penerapan prosedur, serta penalaran dalam memecahkan masalah matematika (Kadek et al., 2022).

Dalam Kurikulum Merdeka, literasi numerasi menjadi salah satu kompetensi dasar yang harus dimiliki peserta didik untuk menghadapi tantangan abad ke-21. Namun, hasil berbagai studi menunjukkan bahwa kemampuan numerasi siswa Indonesia masih tergolong rendah. Hal ini tercermin dari hasil asesmen internasional *Programme for International Student Assessment (PISA) 2022*, yang menempatkan Indonesia jauh di bawah rata-rata global. Skor matematika siswa Indonesia hanya 366, sementara rata-rata global mencapai 472. Bahkan, sebagian besar siswa sekitar 82 % hanya mencapai level 2 atau di bawahnya dalam literasi matematika, dengan hanya sebagian kecil yang mampu mencapai level tertinggi (level 5 atau 6) (OECD, 2023). Rendahnya kemampuan numerasi siswa salah satunya ditunjukkan melalui kesalahan yang dilakukan dalam menyelesaikan soal matematika, khususnya pada topik-topik yang membutuhkan pemahaman mendalam seperti geometri analitik.

Salah satu materi geometri analitik yang diajarkan di kelas XII adalah persamaan elips. Materi ini menuntut siswa untuk memahami konsep dasar, rumus umum persamaan elips, serta keterkaitannya dengan sifat-sifat geometri seperti sumbu, fokus, dan eksentrisitas. Tidak sedikit siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal persamaan elips karena lemahnya pemahaman konsep, ketidaktepatan dalam penerapan rumus, maupun kesalahan dalam penalaran matematis. Kesulitan tersebut juga telah ditemukan dalam berbagai penelitian terdahulu. menunjukkan bahwa sebagian besar siswa mengalami miskonsepsi pada tahap menentukan pusat dan letak sumbu elips sehingga menyebabkan kesalahan dalam menuliskan persamaan (Amelia et al., 2021). Penelitian lain mengungkapkan bahwa kesalahan siswa sering muncul pada aspek penggunaan rumus umum elips, terutama dalam membedakan sumbu mayor dan minor (halimah, 2019). Selain itu, penelitian lain menekankan bahwa kelemahan kemampuan penalaran matematis siswa berkontribusi besar terhadap kesalahan dalam menyelesaikan soal yang memerlukan pembuktian atau penurunan persamaan elips (Sadidah & Sudihartinih, 2023). Aspek numerasi siswa juga berpengaruh terhadap keberhasilan dalam

memahami materi elips, karena banyak siswa yang keliru dalam melakukan operasi aljabar dasar sehingga hasil akhir tidak sesuai meskipun langkah penyelesaian sudah benar (Sudihartinih & Purniati, 2020). Fakta ini memperlihatkan bahwa pembelajaran persamaan elips tidak hanya menuntut penguasaan rumus, tetapi juga keterpaduan antara pemahaman konsep, keterampilan penerapan, dan penalaran matematis.

Berdasarkan hal tersebut penting dilakukan analisis lebih lanjut mengenai kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal persamaan elips dengan meninjau aspek kognitif pada level pemahaman, penerapan, dan penalaran. Hasil analisis ini diharapkan dapat menjadi dasar bagi guru dalam merancang strategi pembelajaran yang lebih efektif dan terarah untuk meminimalisasi kesalahan siswa. Kesalahan siswa dapat dianalisis melalui tiga level kognitif, yaitu pemahaman, penerapan, dan penalaran. Pada level pemahaman, kesalahan biasanya muncul karena siswa kurang mampu mengidentifikasi informasi penting dalam soal atau salah menafsirkan konsep dasar elips. Pada level penerapan, kesalahan tampak ketika siswa keliru menggunakan rumus atau prosedur yang sesuai. Sedangkan pada level penalaran, kesalahan muncul dalam proses menarik kesimpulan, menyusun argumen matematis, atau mengaitkan berbagai konsep untuk menemukan solusi yang benar.

SMAS Islam PB. Soedirman Bekasi sebagai salah satu lembaga pendidikan menengah memiliki visi untuk menghasilkan lulusan yang unggul, religious dan berdaya saing global. Namun, berdasarkan observasi awal, masih ditemukan berbagai kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal persamaan elips, khususnya pada siswa kelas XII. Hal ini menarik untuk diteliti lebih lanjut agar dapat diketahui jenis-jenis kesalahan yang dilakukan siswa, faktor penyebabnya, serta bagaimana keterkaitannya dengan aspek numerasi pada level kognitif tertentu. Tujuan utama penelitian ini adalah menganalisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal persamaan elips ditinjau dari literasi numerasi pada level kognitif pemahaman, penerapan, dan penalaran dengan subjek penelitian siswa kelas XII SMAS Islam PB. Soedirman Bekasi.

METODE

Penelitian ini menggunakan metode deskriptif kualitatif. Metode penelitian ini diterapkan untuk menggambarkan kesalahan siswa dalam mengerjakan soal persamaan elips dilihat dari numerasi untuk setiap level kognitif baik pemahaman, penerapan dan penalaran. Data diambil dari hasil pekerjaan siswa dalam menjawab tiga soal numerasi materi persamaan elips dalam bentuk uraian dengan soal pertama mengukur level kognitif pemahaman, soal kedua mengukur level kognitif penerapan dan soal ketiga mengukur level kognitif penalaran. Hasil pekerjaan

siswa dianalisis sebagai data sementara kesalahan siswa, kemudian dipastikan kembali melalui wawancara sehingga diperoleh data yang valid.

Penelitian dilakukan di SMAS Islam PB. Soedirman Bekasi. Pengambilan subjek dilakukan dengan purposive sampling. Subjek diambil dengan memenuhi kriteria sebagai berikut: Subjek sudah mendapatkan materi persamaan elips untuk kelas XII. Subjek memiliki kemampuan komunikasi baik, berdasarkan keterangan dari guru untuk memudahkan pengambilan data melalui wawancara, dan Subjek dipilih berdasarkan keterwakilan kesalahan per nomor soal yang menonjol. Subjek yang diambil merupakan 3 orang siswa kelas XII Kesehatan yang memenuhi ketiga kriteria tersebut. Ketiga subjek tersebut adalah KK selanjutnya disebut Subjek 1, JA selanjutnya disebut Subjek 2, dan RP selanjutnya disebut Subjek 3. Teknik analisis data yaitu reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan (Sugiyono, 2018). Pada reduksi data hal yang dilakukan adalah mengoreksi hasil pekerjaan siswa, mewawancarai siswa untuk memastikan data yang diperoleh dari hasil tes, mengklasifikasikan jenis kesalahan siswa berdasarkan tiga level kognitif pada numerasi. Pada langkah penyajian data menginterpretasikan sesuai dengan klasifikasi jenis kesalahan siswa berdasarkan level kognitif, sehingga data lebih ringkas, jelas dan mudah dipahami. Pada penarikan kesimpulan hal yang dilakukan adalah menyimpulkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh siswa dalam menyelesaikan soal numerasi materi persamaan elips berdasarkan data yang diperoleh. Validasi data dilakukan melalui teknik triangulasi sumber, yaitu membandingkan hasil analisis lembar kerja dengan hasil wawancara serta observasi selama pengerjaan soal. Tabel 1 berikut merupakan indikator kemampuan literasi numerasi berdasarkan level kognitif oleh Han (Han et al., 2017).

Table 1 Indikator Literasi Numerasi

No.	Indikator Literasi Numerasi
1	Kemampuan menggunakan berbagai macam angka atau simbol yang terkait dengan matematika dasar dalam menyelesaikan masalah sehari-hari.
2	Kemampuan menganalisis informasi dalam berbagai bentuk (grafik, tabel, bagan, diagram, dll).
3	Kemampuan menafsirkan hasil analisis permasalahan untuk memprediksi dan mengambil keputusan

HASIL

Hasil penelitian dapat diamati dari hasil analisis jawaban subjek dan dilanjutkan wawancara oleh peneliti. Pada penelitian ini berdasarkan hasil observasi jawaban siswa sebagai berikut:

$$A = (3, 2\sqrt{3}) \quad , \quad B = (-2, \frac{8}{3}\sqrt{2})$$

$$A = \frac{3^2}{a^2} + \frac{(2\sqrt{3})^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{9}{a^2} + \frac{12}{b} = 1$$

$$B = \frac{(-2)^2}{a^2} + \frac{(\frac{8}{3}\sqrt{2})^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{128}{9b^2} = 1$$

$$a^2 = 9$$

$$b^2 = 3$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$c^2 = 9 - 3$$

$$c = \sqrt{6} \rightarrow \text{fokus elips}$$

Gambar 1 Hasil Jawaban Subjek 1

Berdasarkan hasil pekerjaan Subjek 1 dalam menyelesaikan soal persamaan elips tampak bahwa Subjek 1 telah memahami konsep dasar bentuk umum persamaan elips dengan sumbu mayor pada sumbu-X, yaitu: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Pada tahap pemahaman, subjek mampu melakukan substitusi titik ke dalam persamaan elips. Hal ini ditunjukkan dengan hasil substitusi titik A menjadi persamaan: $\frac{9}{a^2} + \frac{12}{b^2} = 1$, dan substitusi titik B yang menghasilkan: $\frac{4}{a^2} + \frac{128}{9b^2} = 1$. Kedua persamaan ini menunjukkan bahwa subjek memahami konsep dasar penggunaan titik pada kurva elips untuk membentuk sistem persamaan parameter a^2 dan b^2 .

Namun pada level penerapan, subjek 1 melakukan kesalahan mendasar dalam menyelesaikan sistem persamaan tersebut. Subjek 1 bermaksud menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan benar, namun Subjek 1 langsung menuliskan hasil $a^2 = 9$ dan $b^2 = 3$ tanpa melalui prosedur eliminasi atau substitusi yang seharusnya. Hasil ini tidak memenuhi persamaan awal, karena jika di substitusikan Kembali justru menghasilkan kontradiksi. Dengan demikian, kesalahan utama terletak pada prosedur aljabar, yaitu dalam proses manipulasi pecahan dan penyelesaian simultan dua persamaan tersebut.

Pada level penalaran, Subjek 1 melanjutkan langkah dengan menghitung $c^2 = a^2 - b^2$ dan memperoleh $c^2 = 6$, sehingga focus elips dinyatakan berada pada $(\pm\sqrt{6}, 0)$. Kesalahan pada tahap sebelumnya menyebabkan hasil akhir tidak sesuai dengan pertanyaan yang ditanyakan oleh soal. Selain itu, Subjek 1 pun tidak melakukan verifikasi kembali dengan cara

substitusi hasil ke dalam persamaan awal untuk memastikan kebenaran perhitungan. Hal ini menunjukkan kelemahan dalam strategi pemecahan masalah dan kemampuan metakognitif, karena tidak ada mekanisme kontrol atau evaluasi terhadap jawaban yang diperoleh.

Setelah dilakukan wawancara sebagaimana berikut untuk mengkonfirmasi kebenaran dugaan siswa yang mengalami permasalahan pada level kognitif pemahaman kemampuan numerasi pada persamaan elips.

Table 2 Transkrip wawancara subjek 1

Peneliti (P)	: Bisa kamu jelaskan langkah awal yang kamu lakukan dalam menyelesaikan soal elips ini?
Subjek (S)	: Saya ingatnya, kalau bentuk umum persamaan elips yang pusatnya di titik (0, 0) terus sumbu mayornya di sumbu-X itu yang a nya di bawah x, dan b nya di bawah y. Yaudah saya mulai dari situ.
P	: Lalu bagaimana kamu menggunakan titik $A(3, 2\sqrt{3})$ dan $B(-2, \frac{8}{3}\sqrt{2})$?
S	: Saya langsung substitusi titik-titik itu ke persamaan. Untuk titik A, saya masukkan $x = 3$ dan $y = 2\sqrt{3}$. Hasilnya saya dapat $\frac{9}{a^2} + \frac{12}{b^2} = 1$. Kemudian untuk titik B, saya substitusi $x = -2$ dan $y = \frac{8}{3}\sqrt{2}$, lalu saya peroleh $\frac{4}{a^2} + \frac{128}{9b^2} = 1$.
P	: Bagus, sejauh ini benar. Nah, bagaimana kamu menentukan nilai a^2 dan b^2 dari dua persamaan itu?
S	: Saya pikir lebih mudah kalau saya langsung tetapkan nilai yang mungkin cocok. Jadi saya coba $a^2 = 9$, lalu untuk b^2 saya buat 3. Karena menurut saya kalau elips lewat titik $(3, 2\sqrt{3})$, biasanya nilai itu pas dengan bentuk pecahan yang sederhana.
P	: Jadi kamu tidak benar-benar menyelesaikan sistem persamaannya?
S	: Tidak, saya hanya menebak nilai a^2 dan b^2 yang coco dari hasil substitusi. Saya kira itu sudah cukup Bu.
P	: Baik, setelah menentukan itu, bagaimana langkah selanjutnya?
S	: Jadi, terus saya pakai rumus yang pythagoras itu Bu, Jadi saya dapat $c^2 = 6$, sehingga focusnya ada di $(\pm\sqrt{6}, 0)$.
P	: Apakah kamu sudah memeriksa Kembali apakah nilai coba $a^2 = 9$ dan $b^2 = 3$ memenuhi kedua persamaan yang tadi kamu buat?
S	: Hmm.. saya tidak periksa lagi Bu, karena saya pikir sudah ketemu bentuk sederhananya, jadi saya kira jawabannya pasti benar.
P	: Jadi bisa disimpulkan bahwa kamu langsung menebak tanpa memastikan lagi kebenarannya ya?
S	: Iya benar Bu.

Permasalahan ini termasuk permasalahan kemampuan numerasi pada indikator pertama yaitu mengalami kelemahan dalam menggunakan berbagai macam angka atau simbol yang terkait dengan matematika dasar dalam menyelesaikan masalah sehari-hari yaitu kesalahan utama terletak pada prosedur aljabar, yaitu dalam proses manipulasi pecahan dan penyelesaian simultan dua persamaan tersebut. Selanjutnya, untuk soal nomer 2 terkait soal penerapan mengenai Litotripsi yaitu suatu prosedur medis yang dilakukan untuk menghancurkan batu di saluran kemih dengan menggunakan gelombang kejut ultrasonic, soal tersebut merupakan penerapan dari persamaan elips.

$c^2 = a^2 - b^2$	Jaraknya $a - c$
$c^2 = 16^2 - 10^2$	$= 16 - \sqrt{156}$
$c^2 = 256 - 100$	$= 16 - 12.49$
$c^2 = 156 = \sqrt{156} \neq$	$= 3.51 \text{ cm}$
$c = 12.49 \text{ cm}$	

Gambar 2 Hasil Jawaban Subjek 2

Berdasarkan hasil penyelesaian yang ditunjukkan, Subjek 2 memulai langkah dengan menuliskan rumus jarak focus elips $c^2 = a^2 - b^2$. Selanjutnya substitusi nilai yang diberikan pada soal, yaitu $a = 16 \text{ cm}$ sebagai sumbu mayor dan $b = 10 \text{ cm}$ sebagai sumbu minor. Tahapan ini menunjukkan bahwa siswa telah memahami dengan baik konsep dasar elips terkait hubungan antara sumbu mayor, sumbu minor, dan fokus. Selanjutnya, siswa menentukan jarak dari titik puncak elips ke titik fokus dengan menghitung selisih $a - c$. Namun pada tahap berikutnya siswa melakukan kesalahan interpretasi ketika menentukan jarak antara titik puncak dan titik fokus di mana batu ginjal harus diposisikan. Sehingga muncul perhitungan $a - c = 16 - 12,49 = 3,51 \text{ cm}$.

Secara geometris, jika kita letakkan pusat elips di titik O (koordinat 0), puncak di ujung sumbu mayor pada koordinat $x = a$ dan fokus pada koordinat $x = c$ pada sisi yang sama untuk mengumpulkan gelombang ultrasonik pada satu titik focus dan ditembakkan ke batu ginjal yang terletak di titik fokus lainnya, maka jarak dari puncak ke focus atau batu yang akan di letakkan adalah $a + c$.

Dengan demikian, menggunakan rumus $a - c$ kurang tepat, terlihat bahwa siswa belum mampu menerapkan konsep elips secara prosedural yang sesuai dengan konteks soal. Kesimpulan bahwa batu ginjal harus diletakkan sekitar 3,51 cm dari titik puncak agar berada pada titik fokus litotripter menunjukkan bahwa siswa hanya melakukan perhitungan matematis, tetapi tidak dapat menghubungkannya dengan aplikasi kontekstual. Setelah dilakukan wawancara sebagaimana berikut untuk mengkonfirmasi kebenaran dugaan siswa yang mengalami permasalahan pada level kognitif penerapan kemampuan numerasi pada persamaan elips.

Table 3 Transkrip Wawancara Siswa 2

P : Coba jelaskan bagaimana kamu menyelesaikan soal litotripsi elips ini?

- S : Saya mulai dengan mencari nilai fokus elips. Karena diketahui $a = 16\text{cm}$ dan $b = 10\text{cm}$, maka saya hitung $c^2 = a^2 - b^2$. Jadi hasilnya $\sqrt{156} \approx 12,49$ Bu.
- P : Oke Benar, perhitungan c sudah tepat. Lalu bagaimana kamu menentukan jarak dari puncak elips ke titik fokus tempat batu ginjal diposisikan?
- S : Saya menuliskan $a - c$, karena saya pikir batu ginjal nya ada di sini (menunjuk gambar titik focus), jadi panjang puncak di kurangi jarak fokusnya.
- P : Jika kamu gambarkan elips dengan pusat di titik 0, puncak di $x = a$, dan fokus di $x = c$ keduanya berada di sisi yang sama pada sisi yang sama untuk mengumpulkan gelombang ultrasonic sedangkan batu ginjal terletak di titik fokus lainnya. Jadi jaraknya bukan $a - c$. Melainkan apa Mas menurutmu?
- S : Oh berarti $a + c$ ya Bu, soalnya kan berarti melewati pusat ya Bu, jadi disini batu ginjalnya (menunjuk ke gambar?)
- P : Iya benar Mas.
- S : Wah iya Bu, saya salah konsep ya Bu. Berarti harusnya 12,49 ya Bu.

Indikator literasi numerasi pada level kognitif penerapan adalah kemampuan mengaplikasikan fakta-fakta, relasi, proses, konsep, prosedur, dan metode pada konteks situasi nyata untuk menyelesaikan masalah. Permasalahan kemampuan numerasi yang terjadi pada level kognitif penerapan yaitu, pertama pada aspek kemampuan memilih strategi yaitu siswa tidak memilih strategi yang tepat karena tidak menafsirkan soal dengan benar, kedua pada aspek kemampuan menerapkan/ melaksanakan yaitu tidak menerapkan konsep dan prosedur dengan benar karena salah memilih strategi penyelesaian, dan ketiga pada aspek kemampuan menafsirkan yaitu salah menafsirkan soal karena tidak terbiasa dengan soal cerita dan soal tak rutin. Jawaban siswa menunjukkan bahwa pada level pemahaman ia cukup baik dalam mengenali hubungan antar-parameter elips, tetapi pada level penerapan dan penalaran masih terdapat kesalahan konseptual dan prosedural. Oleh karena itu, meskipun perhitungan awal benar, kesimpulan akhirnya tidak tepat karena pemilihan rumus dan logika geometris yang keliru.

Minor = 6

Mayor = 10

$a = \frac{10}{2} = 5$

$b = \frac{6}{2} = 3$

$c^2 = 5^2 - 3^2$

$c^2 = 16$

$c = 4$

Menimbulkan kekusalan karena tinggi elips < tinggi tubuh
 $4\text{m} < 5,5\text{m}$

Gambar 3 Hasil Jawaban Subjek 3

Berdasarkan hasil pekerjaan yang ditunjukkan, Subjek 3 memodelkan jembatan elips dengan menyatakan sumbu mayor sepanjang 10meter sehingga diperoleh $a = 5$. Akan tetapi, pada penentuan sumbu minor, Subjek 3 melakukan kesalahan konseptual dengan menuliskan $b = 3$, padahal tinggi maksimum elips adalah 6meter sehingga seharusnya $b = 3$. Kesalahan ini menunjukkan adanya keterbatasan pemahaman dalam menghubungkan data geometri soal dengan parameter elips yang benar.

Selanjutnya, Subjek 3 menerapkan rumus $c^2 = a^2 - b^2$ untuk menghitung jarak fokus elips dan memperoleh nilai $c = 4$. Penggunaan rumus ini tidak relevan terhadap kebutuhan soal, karena yang perlu ditentukan adalah tinggi lengkung elips pada posisi tepi truk yaitu pada $x = 2,5$ meter dari pusat, bukan jarak fokus elips. Hal ini memperlihatkan adanya kesalahan dalam aspek penerapan procedural yang dilakukan oleh Subjek 3, di mana rumus yang digunakan tidak sesuai dengan permasalahan yang ingin diselesaikan.

Dalam aspek penalaran, Subjek 3 menyimpulkan bahwa truk tidak dapat melewati jembatan karena tinggi elips lebih kecil daripada tinggi truk. Meskipun kesimpulan akhirnya sama dengan jawaban yang benar, alasan yang digunakan tidak didukung oleh perhitungan matematis yang sesuai. Subjek 3 hanya membandingkan tinggi elips secara umum dengan tinggi truk, tanpa menghitung ketinggian lengkung pada posisi tertentu yang relevan. Hal ini menunjukkan bahwa penalaran yang dibangun masih lemah dan kurang logis.

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa jawaban Subjek 3 secara keseluruhan mengandung kelemahan pada tiga aspek kognitif. Dari sisi pemahaman, terdapat kesalahan dalam menafsirkan data soal ke dalam parameter elips. Dari sisi penerapan, rumus yang digunakan tidak sesuai dengan konteks masalah. Dari sisi penalaran, kesimpulan yang diperoleh tidak ditopang oleh argumen matematis yang benar. Oleh karena itu, meskipun hasil akhir “menimbulkan kerusakan” secara kebetulan sesuai, proses penyelesaian yang ditempuh oleh Subjek 3 tidak dapat dikategorikan tepat secara matematis. Setelah dilakukan wawancara sebagaimana berikut untuk mengkonfirmasi kebenaran dugaan siswa yang mengalami permasalahan pada level kognitif penalaran kemampuan numerasi pada persamaan elips

Table 4 Transkrip Wawancara Subjek 3

P	: Coba jelaskan bagaimana kamu memodelkan bentuk jembatan yang berbentuk elips dari soal yang diberikan.
S	: Iya Bu jadi panjang jembatan itu kan 10 meter, jadi saya anggap itu sebagai sumbu mayor elips. Karena sumbu mayor sama dengan $2a$, maka saya tuliskan $a = 5$
P	: Baik, lalu bagaimana kamu menentukan sumbu minor?
S	: Tinggi maksimum 6meter jadi saya tulis $b = 3$.
P	: Kenapa $b = 3$?
S	: Saya kira tinggi maksimum itu $2b$ kan bu, jadi saya bagi dua.
P	: Setelah itu apa yang kamu lakukan?

S	: Saya hitung fokusnya dengan rumus $c^2 = a^2 - b^2$, terus hasilnya $c = 4$.
P	: Kenapa kamu mencari fokus elips?
S	: Karena menurut saya fokus itu penting untuk menentukan apakah truk bisa melewati atau tidak. Jadi saya hitung dulu jarak fokusnya.
P	: Sebenarnya dalam soal, yang diminta adalah tinggi lengkung elips pada posisi tertentu, yaitu di tepi truk, bukan jarak fokus. Jadi perhitungan itu tidak diperlukan.
S	: Oh... saya kira itu harus dicari dulu fokusnya.
P	: Bagaimana kamu menyimpulkan apakah truk bisa melewati jembatan atau tidak?
S	: Saya lihat tinggi elips lebih kecil dari tinggi truk, jadi saya simpulkan truk tidak bisa lewat.
P	: Apakah kamu menghitung tinggi lengkung elips tepat pada posisi $x = 2,5$ meter dari pusat, sesuai soal?
S	: Tidak, saya hanya membandingkan tinggi umum elips dengan tinggi truk.
P	: Terima kasih atas penjelasannya. Jadi, secara keseluruhan kamu sudah sampai pada kesimpulan akhir yang sama, tetapi proses perhitungannya belum tepat karena ada kesalahan dalam pemahaman, penerapan rumus, dan penalaran.
S	: ya, Bu. Saya paham sekarang letak kesalahannya.

DISKUSI

Hasil penelitian ini memperlihatkan bahwa ketiga subjek penelitian menunjukkan jenis kesalahan yang berbeda pada level kognitif yang ditinjau. Subjek 1 mengalami kesalahan pada aspek penerapan prosedural aljabar ketika menyelesaikan sistem persamaan, meskipun pada tahap pemahaman sudah mampu mengidentifikasi bentuk umum persamaan elips. Kesalahan ini sejalan dengan temuan Halimah (2019) bahwa siswa kerap keliru dalam menggunakan rumus umum elips dan prosedur perhitungan. Subjek 2 mengalami kesalahan pada level penerapan dan penalaran, khususnya ketika menghubungkan konsep elips dengan konteks medis litotripsi. Meskipun perhitungan nilai fokus dilakukan dengan benar, siswa keliru menafsirkan jarak yang relevan dengan posisi puncak dan fokus, sehingga menggunakan rumus yang tidak sesuai. Hal ini menunjukkan kelemahan pada indikator literasi numerasi dalam aspek menafsirkan masalah dan memilih strategi penyelesaian (Han et al., 2017).

Subjek 3 menunjukkan kelemahan pada ketiga level kognitif penalaran, mulai dari kesalahan memahami parameter elips (pemahaman), kesalahan prosedural dalam penggunaan rumus (penerapan), hingga kesimpulan yang tidak logis karena tidak didukung oleh perhitungan matematis yang tepat (penalaran). Kondisi ini sesuai dengan hasil penelitian Sadidah & Sudihartinih (2023) yang menekankan bahwa kelemahan kemampuan penalaran matematis memberikan kontribusi besar terhadap munculnya kesalahan dalam menyelesaikan soal geometri analitik.

Secara umum, diskusi ini menguatkan temuan penelitian sebelumnya bahwa kesulitan siswa dalam materi elips bukan hanya disebabkan oleh keterbatasan penguasaan rumus, tetapi juga keterhubungan antara pemahaman konsep, keterampilan prosedural, dan penalaran matematis. Hal ini menunjukkan bahwa pembelajaran perlu lebih menekankan keterpaduan ketiga aspek tersebut, serta menyediakan soal kontekstual yang menantang siswa untuk mengaitkan konsep elips dengan situasi nyata.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis, dapat disimpulkan bahwa siswa memahami bentuk umum persamaan elips dan mampu melakukan substitusi titik, namun mengalami kesalahan prosedural dalam penerapan aljabar sehingga hasil akhir tidak sesuai. Selain itu siswa yang mampu menghitung nilai fokus elips dengan benar, tetapi melakukan kesalahan konseptual dalam menentukan jarak puncak ke fokus dan salah menafsirkan konteks soal, sehingga kesimpulan yang diperoleh tidak tepat. Serta siswa yang melakukan kesalahan pada ketiga level kognitif penalaran, sehingga siswa salah memahami parameter elips, salah memilih rumus yang relevan, dan salah menarik kesimpulan karena tidak menghitung tinggi lengkung elips pada posisi tertentu. Penelitian ini menegaskan bahwa kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal persamaan elips mencakup tiga level kognitif: pemahaman, penerapan, dan penalaran.

REKOMENDASI

Bagi guru perlu memberikan penekanan pada pemahaman konsep dasar elips melalui penggunaan representasi visual. Bagi peneliti untuk memperluas kajian dengan melibatkan lebih banyak subjek dan variasi soal, sehingga dapat memberikan gambaran yang lebih komprehensif mengenai kesalahan siswa pada materi irisan kerucut dan juga dapat mengkaji intervensi pembelajaran berbasis teknologi digital (misalnya software geometri) untuk membantu siswa memahami hubungan antar-parameter elips secara visual dan interaktif.

REFERENSI

- Amelia, A., Mastuti, A. G., Juhaevah, F., & ... (2021). esain Didaktis Konsep Elips pada Irisan Kerucut untuk Mengatasi Learning Obstacle Pada Pembelajaran Matematika. *Horizon ...* halimah, nur. (2019). *Desain Didaktis Konsep Elips Pada Irisan Kerucut Untuk Mengatasi Learning Obstacle Pada Pembelajaran Sma Kelas Xi* (Vol. 15, Issue 2).
- Han, W., Susanto, D., Dewayani, S., Pandora, P., Hanifah, N., Miftahussururi, Nento, M. N., & Akbari, Q. S. (2017). Materi Pendukung Literasi Numerasi [Numeracy Literacy Support Materials]. *Kementerian Pendidikan Dan Kebudayaan [Ministry of Education and Culture]*.

- Kadek, N., Widiyanti, K., & Suparta, I. N. (2022). Meningkatkan Literasi Numerasi dan Pendidikan Karakter dengan E-Modul Bermuatan Etnomatematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 10(2).
- OECD. (2023). PISA 2022 Results Factsheets Indonesia. *OECD (Organisation for Economic Co-Operation and Development) Publication*.
- Sadidah, Y. A., & Sudihartini, E. (2023). Analisis Kesalahan Mahasiswa menurut Skema Fong pada Materi Irisan Kerucut dalam Pembelajaran Geometri Analitik. *Mathematics Education And Application Journal (META)*, 5(1).
<https://doi.org/10.35334/meta.v5i1.3751>
- Sudihartini, E., & Purniati, T. (2020). Students' Mistakes and Misconceptions on the Subject of Conics. *International Journal of Education*, 12(2).
<https://doi.org/10.17509/ije.v12i2.19130>