IMEIJ
Indo-MathEdu Intellectuals Journal

p-ISSN: 2808 – 5604
e-ISSN: 2808 – 5078
Volume. 4, No. 3, 2023

PENERAPAN METODE GREY-MARKOV(1,1) UNTUK PERAMALAN PENERIMAAN DI KANTOR PENGAWASAN DAN PELAYANAN BEA CUKAI TIPE MADYA PABEAN CIKARANG

Callista Audrey Mulya[1], Gumgum Darmawan[2], Defi Yusti Faidah[3], Atina Ahdika[4]
[1, 2, 3]Universitas Padjadjaran, Jl. Raya Bandung Sumedang KM.21, Jatinangor, Jawa Barat, Indonesia
[4]Universitas Islam Indonesia, Jl. Kaliurang No.Km. 14, Sleman, Daerah Istimewa Yogyakarta, Indonesia
Email: callista20003@mail.unpad.ac.id

Article History

Received: 14-11-2023

Revision: 18-11-2023

Accepted: 19-11-2023

Published: 20-11-2023

Abstract. The Customs Supervision and Service Office is given a revenue target that must be achieved annually. However, revenue at the Customs Supervision and Service Office tends to fluctuate because it is strongly influenced by various external factors that are difficult to predict. Projections need to be done to see if the given revenue target can be achieved. This study aims to conduct forecasting so that it can be estimated how much revenue will be at the end of the year (December 2023). Research is conducted using the Grey(1,1) and Grey-Markov(1,1) models. The analysis results show that the Grey-Markov(1,1) model provides better forecasting accuracy compared to the Grey(1,1) model with a MAPE value of 5.390541% and a Posterior Error Ratio of 0.190644. These results show that the Grey Markov(1,1) model is more accurate than the Markov(1,1) mode, and that this method (Grey Markov(1,1)) is very good for forecasting with little data.

Keywords: Grey(1,1), Grey-Markov(1,1), Acceptance, Forecasting

***Abstrak.*.** Kantor Pengawasan dan Pelayanan Bea Cukai diberikan target penerimaan yang harus dicapai setiap tahunnya. Namun, penerimaan di Kantor Pengawasan dan Pelyanan Bea Cukai cenderung berfluktuasi karena sangat dipengaruhi oleh berbagai faktor eksternal yang sulit untuk diprediksi. Proyeksi perlu dilakukan untuk melihat apakah target penerimaan yang diberikan dapat tercapai. Penelitian ini bertujuan melakukan peramalan (*Forecasting*) agar dapat diperkirakan berapa besarnya penerimaan berapa beacukai di akhir tahun (Desember 2023). Penelitian dilakukan dengan menggunakan model Grey(1,1) dan Grey-Markov(1,1). Hasil analisis menunjukkan bahwa model Grey-Markov(1,1) memberikan akurasi peramalan yang lebih baik dibandingkan dengan model Grey(1,1) dengan nilai MAPE sebesar 5,390541% dan Posterior Error Ratio sebesar 0,190644. Dengan hasil ini memperlihatkan bahwa model Grey Markov(1,1) lebih akurat dibandingkan mode Markov(1,1), selain itu metode ini (Grey Markov (1,1)) sangat baik untuk peramalan dengan data sedikit.
.

Kata Kunci: Grey(1,1), Grey-Markov(1,1), Penerimaan, Peramalan

How to Cite: Mulya, C. A., Darmawan, G., Faidah, D. Y., & Ahdika, A. (2023). Penerapan Metode Grey-Markov(1,1) Untuk Peramalan Penerimaan di Kantor Pengawasan dan Pelayanan Bea Cukai Tipe Madya Pabean Cikarang. *Indo-MathEdu Intellectuals Journal*, 4 (3), 1811-1823. http://doi.org/10.54373/imeij.v4i3.431

PENDAHULUAN

Bekasi merupakan salah satu kawasan industri terbesar di Indonesia dengan luas kawasan industri sebesar 56% dari total wilayah industri di Jawa Barat. Banyaknya kawasan industri di wilayah Bekasi menunjukkan pentingnya Kantor Pengawasan dan Pelayanan Bea dan Cukai

Tipe Madya Pabean (KPPBC TMP) Cikarang untuk memfasilitasi dan mempermudah kegiatan industri yang ada. Penerimaan di Kantor Pengawasan dan Pelayanan Bea Cukai (KPPBC) sangat dipengaruhi oleh berbagai faktor eksternal, seperti kondisi industri, nilai tukar mata uang, tren konsumen dan pasar, serta perubahan ekonomi global. Akibatnya, penerimaan di KPPBC cenderung berfluktuasi dan tidak menentu. Meskipun penerimaan sangat fluktuatif dan tidak menentu, setiap KPPBC diberikan target penerimaan yang harus dicapai setiap tahunnya. Realisasi penerimaan inilah yang menjadi tolok ukur penting untuk menunjukkan efisiensi dan kemampuan KPPBC dalam mengelola aktivitas impor dan ekspor.

Pada tahun 2021, KPPBC TMP Cikarang ditargetkan untuk mencapai penerimaan sebesar Rp356.663.583.000 dan berhasil memperoleh penerimaan sebesar Rp395.127.976.865 dengan capaian realisasi sebesar 110,78%. Pada tahun 2022, KPPBC TMP Cikarang diberikan target penerimaan sebesar Rp512.730.140.000 dan berhasil memperoleh penerimaan sebesar Rp557.521.643.578 dengan capaian realisasi sebesar 108,74%. Pada tahun 2022, target penerimaan yang ditetapkan untuk KPPBC TMP Cikarang mengalami lonjakan yang sangat signifikan, yakni sebesar Rp156.066.557.000 atau meningkat sebanyak 43,76% dari tahun sebelumnya (bcbekasi.beacukai.go.id). Meskipun demikian, KPPBC TMP Cikarang berhasil melampaui target yang telah ditetapkan.

Proses penetapan target akan dilakukan oleh kantor pusat, dimana nantinya target akan disebarkan ke berbagai kantor wilayah. KPPBC TMP Cikarang merupakan salah satu kantor sub-wilayah yang tergabung dalam Kantor Wilayah Jakarta. Sehubungan dengan pencapaian KPPBC TMP Cikarang yang sangat memuaskan pada tahun 2022, KPPBC TMP Cikarang diberikan target penerimaan baru untuk tahun 2023, yaitu sebesar Rp588.761.603.928, meningkat sekitar 14,83% dari tahun sebelumnya (bcbekasi.beacukai.go.id).

Pada tahun 2023, KPPBC TMP Cikarang baru mencapai 37,76% dari target yang diberikan pada bulan Juni dan 72,86% dari target yang diberikan pada bulan Oktober (bcbekasi.beacukai.go.id). Hal ini menunjukkan bahwa realisasi penerimaan di KPPBC TMP Cikarang masih cukup jauh dari target yang diberikan pada tahun 2023. Apabila hasil peramalan menunjukkan bahwa capaian target di KPPBC TMP Cikarang tidak memungkinkan, KPPBC TMP Cikarang perlu mengambil tindakan segera untuk meningkatkan penerimaan di bulan berikutnya agar target pada tahun ini bisa tercapai.

Pada umumnya, peramalan untuk data keuangan negara dapat dilakukan dengan menggunakan model deret waktu klasik, seperti model *Exponential Smoothing*, *Moving Average*, ARIMA, SARIMA, dan sebagainya. Namun, penggunaan model deret waktu klasik perlu memenuhi beberapa asumsi, seperti penentuan pola data atau jumlah minimal data yang akan digunakan (Ahdika, 2018). Model Grey(1,1) memiliki keunggulan dibandingkan model deret waktu klasik, yaitu tidak memerlukan asumsi mengenai pola data dan peramalan dapat dilakukan pada data dengan jumlah minimal empat buah data (Ahdika, 2018). Akan tetapi, model Grey(1,1) kurang efektif untuk data yang berfluktuasi (Zhan-li dan Jin-hua, 2011).

Grey Forecasting Model merupakan model yang mengadaptasi *Grey System Theory* dengan bentuk umum GM(d,v) dimana *d* menyatakan orde atau tingkat persamaan diferensial dan *v* menyatakan jumlah variabel dalam persamaan model (Nguyen dan Huang, 2011). Menurut Wang dah Hung (2003), model *Grey* atau GM(1,1) merupakan bentuk paling sederhana dari tipe GM(d,v). Model *Grey*(1,1) merupakan model yang menggunakan persamaan diferensial orde satu dengan satu variabel penelitian. Meskipun sederhana, model GM(1,1) memiliki efisiensi perhitungan yang lebih tinggi apabila dibandingkan dengan tipe GM(1,v) dan GM(d,v) serta memiliki beban komputasi yang lebih ringan dalam aplikasi *real time* (Kayacan *et al.*, 2010).

Model *Grey*(1,1) memiliki keunggulan dibandingkan model deret waktu klasik, yaitu tidak perlu adanya asumsi mengenai pola data serta peramalan dapat dilakukan pada data dengan jumlah minimal empat buah data (Ahdika, 2018). Akan tetapi, model *Grey*(1,1) kurang efektif untuk data yang berfluktuasi (Zhan-li dan Jin-hua, 2011). Model Grey-Markov merupakan pengembangan dari model Grey yang dikombinasikan dengan menerapkan analisis rantai markov. Model ini memiliki konsep transisi keadaan dimana perubahan keadaan dari waktu ke waktu pada suatu data bersifat tidak pasti. Sifat ketidakpastian inilah yang mendorong penggunaan analisis rantai markov dalam kerangka model Grey (Ahdika, 2018).

Proses stokastik $\{X_t\}$ merupakan rantai *markov* apabila proses tersebut memiliki sifat *Markovian* (Hillier dan Lieberman, 2005). Rantai *markov* pertama kali dikembangkan oleh seorang ahli dari Rusia Bernama A. A. Markov pada tahun 1906. Rantai *markov* merupakan teknik matematika untuk meramalkan perubahan pada variabel-variabel tertentu berdasarkan pengetahuan dari perubahan sebelumnya. Rantai *markov* diskrit merupakan sebuah proses *markov* dengan *state* berupa bilangan yang dapat dihitung, bilangan indeksnya $T = 0,1,2, ...$, ruang *state* dari rantai *markov* dinyatakan dengan bilangan bulat tak negatif $\{0,1,2,3, ...\}$, dan $X_t = i$ menyatakan X_t saat berada pada *state* i (Taylor, 1984). Proses stokastik X_t dikatakan memiliki sifat markovian apabila:

$$P\{X_{t+1} = j | X_0 = i_0, \dots, X_{t-1} = i_{t-1}, X_t = i\} \qquad 1$$

Sifat markovian ini menyatakan bahwa peluang bersyarat dari kejadian mendatang dengan kejadian masa lampau dan *state* saat ini adalah *independent* terhadap kejadian di waktu lalu dan hanya bergantung pada keadaan saat ini (Hillier dan Lieberman, 2008). Salah satu karakteristik utama dari rantai *markov* merupakan peluang transisi yang menggambarkan peluang perpindahan dari suatu keadaan ke keadaan lainnya (Ross, 2007). Berikut merupakan peluang bersyarat untuk rantai *markov* yang disebut sebagai peluang transisi satu langkah.

$$P\{X_{t+1} = j | X_t = i\} \quad (2)$$

Apabila sebuah rantai *markov* $\{X_t = t = 0{,}1, ...\}$ dengan ruang *state* $\{0, 1, .., s\}$, maka peluang sistem itu dalam *state*- i pada suatu *state*- j pada pengamatan sebelumnya dilambangkan dengan P_{ij} dan disebut peluang transisi dari *state*- i *ke state*- j (Howard dan Rorres, 2005). Matriks ***P*** = $[P_{ij}]$ merupakan matriks peluang transisi rantai dan biasa dituliskan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & \cdots & P_{0s} \\ P_{10} & P_{11} & \cdots & P_{1s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{s0} & P_{s1} & \cdots & P_{ss} \end{bmatrix}$$

Dalam hal ini, elemen-elemen pada matriks **P** harus bernilai nonnegatif dan jumlah elemen pada satu baris matriks peluang transisi harus sama dengan satu (Pinsky dan Karlin, 2011). Data realisasi penerimaan sangat dipengaruhi oleh berbagai faktor eksternal yang bersifat tidak pasti sehingga cenderung berfluktuatif. Selain itu, jumlah data yang tersedia untuk melakukan peramalan juga terbatas. Oleh karena itu, diperlukan model peramalan terbaik untuk meramalkan penerimaan KPPBC TMP Cikarang sesuai dengan karakteristik data yang ada agar dapat diperoleh tingkat akurasi yang tinggi.

Model *Grey-Markov* merupakan suatu bentuk pengembangan dari model *Grey* yang dikombinasikan dengan analisis rantai *markov*. Rantai *markov* digunakan untuk menetapkan perilaku transisi antar keadaan yang berbeda dengan menggunakan matriks transisi *markov*. Jadi, model ini menggunakan konsep transisi keadaan yang melibatkan nilai dari hasil prediksi model *Grey*(1,1). Model ini memiliki konsep transisi keadaan dimana perubahan keadaan dari waktu ke waktu pada suatu data bersifat tidak pasti (Ahdika, 2018). Sifat ketidakpastian inilah yang mendorong penggunaan analisis rantai *markov* dalam kerangka model *Grey*

METODE

Model *Grey*(1,1)

Membentuk Data Aktual

Langkah pertama adalah dengan membentuk data aktual atau data historis ke dalam bentuk $X^{(0)}$, seperti yang ditampilkan pada persamaan (3).

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\} \quad 3$$

Membentuk Barisan Accumulated Generating Operation (AGO)

Accumulated Generating Operation (AGO) merupakan barisan yang dinotasikan sebagai $X^{(1)}$ yang diperoleh berdasarkan hasil akumulasi dari barisan data aktual dengan persamaan seperti di bawah ini.

$$X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\} \quad 4$$

Secara matematis, nilai AGO dari suku ke-k dapat dituliskan dalam persamaan berikut.

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} x^{(0)}(i), k = 1,2, \dots, n \text{ dan } x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1) \quad 5$$

Membentuk Barisan Mean Generating Operation (MGO)

Mean Generating Operation (MGO) merupakan rataan atau nilai tengah dari dua data $x^{(1)}(k)$ yang berdekatan dengan notasi $Z^{(1)}$, seperti yang ditunjukkan pada persamaan di bawah ini.

$$Z^{(1)} = \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)\} \quad 6$$

dengan

$$z^{(1)}(k) = \frac{x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)}{2} \quad 7$$

Dimana:

$Z^{(1)}$	: barisan data MGO
$x^{(1)}(k)$	: suku ke-k dari barisan AGO
$x^{(1)}(k-1)$	: suku ke-$k-1$dari barisan AGO

Membentuk Model Grey(1,1)

Setiap pasangan nilai $x^{(0)}(k)$ dan $z^{(1)}(k)$ akan dibentuk menjadi model persamaan *grey*(1,1), seperti yang ditunjukkan pada persamaan (8) di bawah ini.

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \quad 8$$

Dimana a merupakan *development coefficient* yang menggambarkan tren perubahan data aktual $x^{(0)}(k)$ dan *b* merupakan input *grey* yang menggambarkan seluruh ketidakpastian serta faktor-faktor eksternal dalam sistem (Zeng *et al*., 2020). Persamaan (8) merupakan *whitening equation* dari persamaan diferensial orde pertama model *grey*, seperti yang ditunjukkan pada persamaan (9).

$$\frac{dx^{(1)}(k)}{dk} + ax^{(1)}(k) = b \quad 9$$

Berikut merupakan persamaan untuk menentukan nilai a dan b dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{Y} \tag{10}$$

dengan

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Menghitung Nilai Prediksi AGO

Nilai prediksi AGO dapat dihitung dengan menggunakan transformasi *Laplace* yang dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$L\big(f(t)\big) = F(s) = \int_0^\infty e^{-(st)} f(t)\, dt \tag{12}$$

Berikut merupakan Langkah-langkah untuk menghitung nilai prediksi AGO dengan transformasi *Laplace*:

$$L\left\{\frac{dx^{(1)}(k)}{dk}\right\} + L\big\{ax^{(1)}(k)\big\} = L\{b\} \tag{13}$$

$$L\big\{x^{(1)}(k)\big\} = \frac{x^{(1)}(0) + \frac{b}{s}}{s+a} \tag{14}$$

Diketahui bahwa kondisi awal $x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$ maka $x^{(1)}(0) = x^{(0)}(1)$, sehingga didapatkan bahwa:

$$L\big\{x^{(1)}(k)\big\} = \frac{x^{(0)}(1) + \frac{b}{s}}{s+a} \tag{15}$$

Dengan menggunakan invers dari transformasi Laplace akan diperoleh:

$$x^{(1)}(k) = L^{-1}\left\{\frac{x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}}{(s+a)} + \frac{\frac{b}{a}}{s}\right\} \tag{16}$$

$$x^{(1)}(k) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a} \tag{17}$$

Dengan k > 0, diperoleh rumus untuk nilai prediksi AGO sebagai berikut:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1,2,\dots,n \quad 18$$

Dimana:

$\hat{x}^{(1)}(k+1)$: nilai prediksi AGO suku ke-$k+1$
$x^{(0)}(1)$: nilai suku pertama barisan data aktual
a : *development coefficient*
b : input *grey*

Menghitung Nilai Prediksi Model Grey(1,1)

Nilai prediksi model *Grey*(1,1) akan dihitung menggunakan *Inverse Accumulated Generating Operation* (IAGO) dengan mengurangkan suku ke $k-1$ dari nilai AGO dengan suku ke- k. Berikut merupakan persamaannya:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (1-e^{a})\left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} \quad 19$$

Grey-Markov(1,1)

Membentuk Barisan Data Baru

Langkah pertama yang diperlukan untuk melakukan peramalan dengan metode *Grey-Markov*(1,1) adalah untuk menyusun nilai prediksi *Grey*(1,1) sebagai barisan baru, seperti pada persamaan (20) di bawah ini.

$$\hat{x}^{(0)}(k) = \{\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \dots, \hat{x}^{(0)}(n)\} \quad 20$$

dengan

$$\hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) \quad 21$$

Menghitung Nilai Error Relatif

Analisis rantai *markov* melibatkan transisi keadaan dari $\hat{x}^{(0)}(1)$ ke $\hat{x}^{(0)}(2)$, kemudian $\hat{x}^{(0)}(2)$ ke $\hat{x}^{(0)}(2)$, dan seterusnya. Transisi keadaan dapat ditentukan dengan mendefinisikan keadaan yang akan digunakan berdasarkan nilai *error* relatif. Berikut merupakan rumus untuk menentukan nilai *error* relatif.

$$er(k) = \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \times 100 \quad 22$$

Menentukan Banyak Keadaan

Nilai *error* relatif yang telah didapatkan pada langkah sebelumnya akan digunakan untuk membentuk keadaan-keadaan dari masing-masing suku barisan. Jumlah keadaan akan ditetapkan berdasarkan rumus pada persamaan (23) di bawah ini:

$$r = 1 + 3{,}3 \log n \tag{23}$$

Interval dari setiap keadaan dapat dilihat berdasarkan persamaan (24) di bawah ini.

$$er(j) = [er(j^-), er(j^+)] \tag{24}$$

dengan

$$er(j^-) = L + \frac{j-1}{r}(H - L) \tag{25}$$

$$er(j^+) = L + \frac{j}{r}(H - L) \tag{26}$$

Dimana:
$er(j^-)$: batas bawah nilai *error* relatif
$er(j^+)$: batas atas nilai *error* relatif
L : nilai *error* terkecil
H : nilai *error* terbesar
k : keadaan
j : banyaknya keadaan

Membentuk Matriks Peluang Transisi Keadaan

Selanjutnya, nilai peluang transisi perlu ditentukan dengan menggunakan sifat Markovian. Sifat ini menyatakan bahwa peluang bersyarat dari kejadian mendatang dengan kejadian masa lampau dan *state* saat ini *independent* terhadap kejadian di masa lampau dan hanya bergantung pada kejadian saat ini. Berikut merupakan persamaannya:

$$P_{ij}(k) = P(X_k = j | X_0 = i) = \frac{n_{ij}(k)}{n_i}, i = 1,2, \dots, n \tag{27}$$

Dimana:
$P_{ij}(k)$: peluang transisi k langkah yang berpindah dari keadaan-i ke keadaan-j
n_{ij} : banyak data yang berpindah dari keadaan-i ke keadaan-j
n_i : banyak data yang berada pada keadaan-i

Peluang matriks transisi $P_{ij}(k)$ juga dapat dinyatakan ke dalam bentuk matriks stokastik $\boldsymbol{P}$, sebagai berikut:

$$\boldsymbol{P}(k) = \begin{bmatrix} P_{11}(k) & P_{12}(k) & \cdots & P_{1n}(k) \\ P_{21}(k) & P_{22}(k) & \cdots & P_{2n}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1}(k) & P_{n2}(k) & \cdots & P_{nn}(k) \end{bmatrix} \tag{28}$$

Menghitung Nilai Prediksi Model Grey-Markov(1,1)

Selanjutnya, perlu dihitung berapa kali transisi yang diperlukan untuk setiap keadaan awal pada setiap bulan data yang digunakan untuk memprediksi data pada bulan yang diinginkan. Keadaan yang memiliki nilai jumlahan terbesar akan dipilih untuk menentukan pada keadaan mana bulan prediksi memiliki kemungkinan terbanyak. Nilai prediksi model *Grey-Markov* akan ditentukan dengan cara menjumlahkan nilai prediksi model *Grey*(1,1) dengan nilai *error* relatifnya, seperti pada persamaan di bawah ini.

$$\hat{x}(k) = \hat{x}^{(0)}(k)\left(1 + \frac{er(j^-) + er(j^+)}{2} \times \frac{1}{100}\right) \qquad 29$$

Dimana:
$\hat{x}(k)$: nilai prediksi ke-k model *Grey-Markov*(1,1)
$\hat{x}^{(0)}(k)$: nilai prediksi ke-k model *Grey*(1,1)
$er(j^-)$: batas bawah nilai prediksi *error* ke-k
$er(j^+)$: batas atas nilai prediksi *error* ke-k

HASIL DAN DISKUSI

Peramalan Menggunakan Model *Grey*(1,1)

Sebelum dilakukan analisis, normalisasi perlu dilakukan dengan *min-max normalization* dimana skala akan diubah sehingga berada pada rentang 0 hingga 1. Data yang telah dinormalisasi selanjutnya akan digunakan untuk membentuk barisan *Accumulated Generating Operation* (AGO) dan *Mean Generating Operation* (MGO) seperti pada Tabel 1 dibawah ini.

Tabel 1. Hasil Perhitungan AGO dan MGO

Bulan	Data Asli (Rupiah)	Data Asli $X^{(0)}$ Ternormalisasi	$X^{(1)}$	$Z^{(1)}$
Januari	45.490.904.000	0,4947401	0,4947401	
Februari	32.315.795.000	0,1402582	0,6349984	0,5648693
Maret	40.911.199.846	0,3715213	1,0065196	0,8207590
April	27.102.785.506	0	1,0065196	1,0065196
Mei	44.380.839.394	0,4648734	1,4713930	1,2389563
Juni	32.307.694.089	0,1400403	1,6114333	1,5414132
Juli	39.883.208.311	0,3438627	1,9552960	1,7833647
Agustus	55.486.833.070	0,7636849	2,7189809	2,3371384
September	64.270.011.000	1	3,7189809	3,2189809
Oktober	46.811.179.000	0,5302627	4,2492436	3,9841122

Selanjutnya, nilai parameter a dan b akan dihitung dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Berikut merupakan hasil perhitungan dari nilai parameter a dan b berdasarkan persamaan (10).

Tabel 2. Nilai parameter a dan b

Variabel	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{b}$
Penerimaan	-0.1916934	0.06581193

Setelah nilai parameter a dan b didapatkan, nilai prediksi model *Grey*(1,1) dapat dihitung dengan menggunakan IAGO pada persamaan (19). Berikut merupakan hasil peramalan dari penerimaan di Kantor Pengawasan dan Pelayanan Bea Cukai Tipe Madya Pabean Cikarang dengan menggunakan model *Grey*(1,1).

Tabel 3. Nilai Prediksi Model *Grey*(1,1)

Bulan	Data Asli $\boldsymbol{X^{(0)}}$ Ternormalisasi	***Grey*(1,1)** ($\boldsymbol{\widehat{X}^{(0)}}$)	Data Asli $\boldsymbol{X^{(0)}}$	***Grey*(1,1)** ($\boldsymbol{\widehat{X}^{(0)}}$)
Januari	0,4947401	0,4947401	45.490.904.000	45.490.904.000
Februari	0,1402582	0,1770811	32.315.795.000	33.684.397.140
Maret	0,3715213	0,2144981	40.911.199.846	35.075.085.579
April	0	0,2598214	27.102.785.506	36.759.625.195
Mei	0,4648734	0,3147214	44.380.839.394	38.800.106.472
Juni	0,1400403	0,3812217	32.307.694.089	41.271.739.551
Juli	0,3438627	0,4617735	39.883.208.311	44.265.626.409
Agustus	0,7636849	0,5593458	55.486.833.070	47.892.118.785
September	1	0,6775351	64.270.011.000	52.284.885.639
Oktober	0,5302627	0,8206976	46.811.179.000	57.605.840.059
November		0,9941103		64.051.107.216
Desember		1,2041649		71.858.253.349

Peramalan Menggunakan Model *Grey-Markov*(1,1)

Nilai prediksi model *Grey*(1,1) yang didapatkan akan digunakan untuk menghitung nilai *error* relatif seperti pada persamaan (22). Nilai *error* relatif yang didapatkan kemudian akan dibagi menjadi empat keadaan dimana interval dari masing-masing keadaan ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Batas atas dan batas bawah keadaan

Keadaan	Batas Bawah $\boldsymbol{er(j^-)}$	Batas Atas $\boldsymbol{er(j^+)}$
1	-35,630432	-22,060803
2	-22,060803	-8,491174
3	-8,491174	5,078455
4	5,078455	18,648084

Berikut merupakan pendefinisian keadaan *error* relatif dari setiap data berdasarkan batas-batas dari keadaan yang telah ditentukan pada Tabel 4.

Tabel 5. Keadaan Setiap Data

Bulan	Data Asli $X^{(0)}$	*Grey*(1,1) ($\widehat{X}^{(0)}$)	*Error* Relatif	Keadaan
Januari	45.490.904.000	45.490.904.000	0	3
Februari	32.315.795.000	33.684.397.140	-4,235087	3
Maret	40.911.199.846	35.075.085.579	14,265322	4
April	27.102.785.506	36.759.625.195	-35,630432	1
Mei	44.380.839.394	38.800.106.472	12,574645	4
Juni	32.307.694.089	41.271.739.551	-27,745853	1
Juli	39.883.208.311	44.265.626.409	-10,988128	2
Agustus	55.486.833.070	47.892.118.785	13,687417	4
September	64.270.011.000	52.284.885.639	18,648084	4
Oktober	46.811.179.000	57.605.840.059	-23,060007	1

Selanjutnya, nilai peluang transisi dapat ditentukan dengan sifat Markovian dan dibentuk ke dalam matriks peluang transisi sebagai berikut.

$$\boldsymbol{P}(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,75 & 0 & 0 & 0,25 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P}(2) = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0,33 & 0,33 & 0 & 0,33 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(3) = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0 & 0,5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P}(4) = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(5) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P}(6) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(7) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{P}(8) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}(9) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, peluang transisi keadaan dengan jumlah terbesar akan dipilih untuk meramalkan data pada bulan berikutnya.

Tabel 6. Prediksi keadaan

Bulan	Keadaan Awal	Transisi	Keadaan			
			1	**2**	**3**	**4**
Februari	3	9	1	0	0	0
Maret	4	8	0	0	0	0
April	1	7	0	0	0	0
Mei	4	6	0	0	0	1

Juni	1	5	0	0	0	1
Juli	2	4	0	0	0	0
Agustus	4	3	0,5	0	0	0,5
September	4	2	0,33	0,33	0	0,33
Oktober	1	1	0	0,5	0	0,5
	Jumlah		1,83	0,83	0	3,33

Berikut merupakan hasil peramalan penerimaan di Kantor Pengawasan dan Pelayanan Bea Cukai Tipe Madya Pabean Cikarang menggunakan model *Grey-Markov*(1,1).

Tabel 7. Hasil Peramalan Model *Grey-Markov*(1,1)

Bulan	Data Asli $X^{(0)}$	***Grey*(1,1)** ($\hat{X}^{(0)}$)	***Grey-Markov*(1,1)**
Januari	45.490.904.000	45.490.904.000	44.714.665.434
Februari	32.315.795.000	33.684.397.140	33.109.620.078
Maret	40.911.199.846	35.075.085.579	39.236.137.355
April	27.102.785.506	36.759.625.195	26.156.084.143
Mei	44.380.839.394	38.800.106.472	43.403.067.499
Juni	32.307.694.089	41.271.739.551	29.366.651.229
Juli	39.883.208.311	44.265.626.409	37.503.614.205
Agustus	55.486.833.070	47.892.118.785	53.573.689.696
September	64.270.011.000	52.284.885.639	58.487.582.302
Oktober	46.811.179.000	57.605.840.059	40.989.079.506
November		64.051.107.216	71.649.662.402
Desember		71.858.253.349	80.382.991.288

Hasil perhitungan akurasi dari peramalan penerimaan di Kantor Pengawasan dan Pelayanan Bea Cukai Tipe Madya Pabean Cikarang dengan model *Grey*(1,1) dan *Grey-Markov*(1,1) dapat dilihat berdasarkan nilai MAPE dan C seperti yang ditampilkan pada Tabel 8 dibawah ini.

Tabel 8. Akurasi Model *Grey*(1,1) dan *Grey-Markov*(1,1)

Model	MAPE	C
Grey(1,1)	16,0835%	0,7151803
Grey-Markov(1,1)	5,390541%	0,190644

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis, model *Grey-Markov*(1,1) memiliki nilai akurasi yang lebih baik dibandingkan dengan model *Grey*(1,1) dalam meramalkan penerimaan di Kantor Pengawasan dan Pelayanan Bea Cukai Tipe Madya Pabean Cikarang. Peramalan penerimaan di KPPBC TMP Cikarang dengan model *Grey-Markov*(1,1) akan menghasilkan nilai MAPE sebesar 5,390541% dan *Posterior Error Ratio* sebesar 0,190644 menunjukkan bahwa tingkat akurasi peramalan sangat baik dan peramalan sangat akurat. Berdasarkan hasil peramalan dengan

Grey-Markov(1,1), didapatkan bahwa total penerimaan yang akan dicapai oleh KPPBC TMP Cikarang hingga bulan Desember 2023 adalah sebesar Rp580.993.102.906 dimana angka tersebut menunjukkan bahwa target penerimaan di KPPBC TMP Cikarang tidak tercapai

REFERENSI

Ahdika, A. (2018). Model Grey(1,1) dan Grey-Markov pada Peramalan Realisasi Penerimaan Negara. *Jurnal Fourier, 7*(1), 1-12.

http//www.bcbekasi.beacukai.go.id, accessed September 2023

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2005). Introduction to Operations Research Eight Edition.

Howard, A., & Rorres, C. (2005). *Aljabar Linier Elementer Edisi 8.*

Kayacan, E., Ulutas, B. and Kaynak, O. (2010) Grey System Theory-Based Models in Time Series Prediction. Expert Systems with Applications, 37, 1784-1789. http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2009.07.064.

Meyler, A., Kenny, G., & Quinn, T. (2008). Forecasting irish inflation using ARIMA models. Economic Analysis, Research and Publications Department, Central Bank of Ireland. Dublin. MPRA Paper, No. 11359.

Nguyen, T.L. dan Huang, Y.F. (2011). Forecasting Energy Intensity with Fourier Residual Modified Grey Model: An Empirical Study in Taiwan. Taiwan: National Kaohsiung University of Applied Sciences.

Pinsky, M., & Karlin, S. (2010). *An introduction to stochastic modeling*. Academic press.

Ross, Sheldon M. 2007. *Introduction to Probability Models 9th Edition*. Hartcourt Academic Press. San Diego.

Taylor, H. M., & Karlin, S. (1984). *An Introduction to Stochastic Modeling Third Edition.*

Wang, M. H., & Hung, C. P. (2003, October). Novel grey model for the prediction of trend of dissolved gases in oil-filled power apparatus. *Electric Power Systems Research, 67*(1), 53-58.

Zeng, B., Ma, X., & Shi, J. (2020). Modeling Method of the Grey GM(1,1) Model with Interval Grey Action Quantity and Its Application. *Complexity, 2020*.

Zhan-li, M., & Jin-hua, S. (2011). Application of Grey-Markov Model in Forecasting Fire Accidents. *ELSEVIER*, 314-218.

Zhang, G.P. (2003). Time Series Forecasting Using a Hybrid ARIMA and Neural Network Model. *Neurocomputing*, 50, 159-175.

Zhang, X., Yu, Y., Xiong, F., & Luo, L. (2020). Prediction of Daily Blood Sampling Room Visits Based on ARIMA and SES Model. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, *2020*.

Zhang, Y. (2010, Maret). Predicting Model of Traffic Volume Based on Grey-Markov. *Modern Applied Science, 4*(3), 46-50.